

2r - Pripreme za županijsko natjecanje iz matematike

1. Jedna nultočka polinoma $p(x) = x^3 + x^2 - 17x + 15$ je 1. Odredi produkt preostalih nultočaka.
2. Odredi realnu nultočku polinoma $p(x) = x^3 + ax + b$ ako su $a, b \in \mathfrak{R}$, a jedna nultočka je $1 - 2i$.
3. Odredi rješenja jednadžbe $z^2 = \bar{z}$.
4. Riješi jednadžbe i nejednadžbe:
 - a. $|2 - 2x| = |3x - 4|$
 - b. $|1 - 2x| \geq 2$
 - c. $|2 - 3x| < 4$
 - d. $2 \leq |1 - 3x| < 4$



5. *** Tri ceste se sijeku tako da zatvaraju pravokutni trokut opsega 48 km. Iz raskršća koje je u vrhu pravog kuta kreću dva čovjeka konstantnom brzinom, jedan po jednoj, a drugi po drugoj cesti. Dok jedan pređe 130 m, drugi pređe 110 m. Kolike su duljine cesta, ako pješaci sretnu na polovici hipotenuze?
6. Rješenja jednadžbe $x^3 - x + 1 = 0$ su a, b, c . Odredi $a^{16} + b^{16} + c^{16}$.
7. *** Umnožak četiri uzastopna parna prirodna broja je 6739200. Odredi te brojeve.

8. Riješi jednadžbu $\frac{3}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{4}{x-2} + \frac{4}{x-3} + \frac{1}{x-4} + \frac{3}{x-5} = 0$.

9. Ako je $z + \frac{1}{z} = 1$, koliko je $z^{142} + \frac{1}{z^{142}}$?

10. U skupu prirodnih brojeva riješi jednadžbe:

a. $x^2 - xy + 2x - 3y = 11$

b. $x^2 - 6xy + 13y^2 = 100$

11. *** Dan je pravokutan trokut ABC. Točka D je polovište hipotenuze AB, F je polovište stranice AC, E je polovište CF, a G je polovište od FA. Dužina CD siječe BE, BF i BG u točkama P, Q i R. Koliki je omjer $\frac{|PQ|}{|QR|}$?

12. *** Odredi $f(1996)$ ako je funkcija $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ takva da vrijedi:

a. $f(1) = 1$

b. $f(1) + 2f(2) + 3f(3) + \dots + nf(n) = n(n+1)f(n)$ za $n \geq 2$

13. Odredi kompleksne brojeve z i w iz sustava jednadžbi $\begin{cases} iz + \bar{w} = 1 \\ \bar{z} - iw = 2 - i \end{cases}$.

14. Riješi jednadžbe:

a. $\frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} + 4 = 0$

b. $(x^2 - 6x)^2 - 2(x - 3)^2 = 81$

c. $x + \frac{1}{x} + 3x^2 + \frac{3}{x^2} - 1 = 0$

d. $\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = \sqrt{6-x}$