



1R – Zadaci sa općinskih / županijskih natjecanja iz matematike

1.

Odredite sumu

$$\frac{2}{2 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 8} + \dots + \frac{2}{1997 \cdot 2000} + \frac{2}{2000 \cdot 2003}.$$

2.

Ako za realne brojeve a , b , c vrijedi

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1,$$

dokažite da je

$$\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = 0.$$

3.

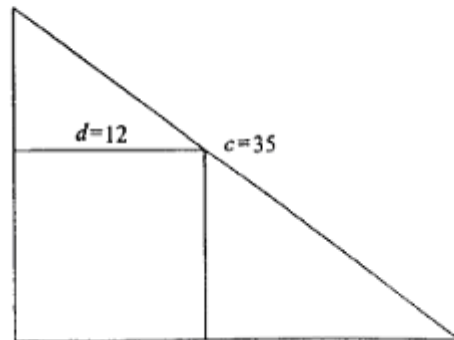
Na skupu realnih brojeva definirana je funkcija

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 + 2x + 1} + \sqrt[3]{x^2 - 1} + \sqrt[3]{x^2 - 2x + 1}}.$$

Odredite $f(1) + f(2) + \dots + f(2003)$.

4.

U pravokutan trokut s hipotenuzom duljine $c = 35$ upisan je kvadrat sa stranicom duljine $d = 12$, kao na slici. Odredite duljine kateta tog trokuta.



5.

Odredite sva rješenja jednadžbe $x^4 - x^3 - 10x^2 + 2x + 4 = 0$.

6.

Dana je funkcija $f : \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Q}$, za koju vrijedi:

$$f(x+1) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}, \quad \text{za svaki } x \in \mathbf{Z}.$$

Ako je $f(1) = 2$, odredite $f(2004)$.