

## 2r - PRIPREMA ZA NATJECANJE IZ MATEMATIKE (2)

1. Brojevi  $x$  i  $y$  zadovoljavaju sustav jednažbi

$$\begin{cases} x + y + \frac{x}{y} = 19 \\ \frac{x(x+y)}{y} = 60 \end{cases}$$

Koje sve vrijednosti može poprimiti  $x + y$ ? (RJ: 4,15) (O 2001)

2. Dokaži da jednažba  $x^2 - (a+c)x + ac - b^2 = 0$  ima realne korijene  $x_1$  i  $x_2$  za bilo koje realne koeficijente  $a$ ,  $b$  i  $c$  te da su  $a$  i  $c$  korijeni jednažbe

$$(y - x_1)(y - x_2) + b^2 = 0 \quad (\text{O } 1996)$$

3. Za koje vrijednosti realnog parametra  $a$  funkcija  $f(x) = a^2x^2 + 2(a+3)x + 1$  ima dvije različite nultočke?

Za najmanju cjelobrojnu vrijednost  $a$  izračunaj  $x_1^{-3} - x_1^{-2} + x_2^{-3} - x_2^{-2}$

$$(\text{RJ: } a \in \left\langle -\frac{3}{2}, +\infty \right\rangle \setminus \{0\} ; -66) \quad (\text{O } 2007)$$

4. Odredi sve parametre  $m$  takve da za rješenja  $x_1$  i  $x_2$  kvadratne jednažbe

$$x^2 + (m-3)x + 1 - 2m = 0 \text{ vrijedi } \frac{x_1}{2x_2} + \frac{x_2}{2x_1} = -3 \quad (\text{RJ: } 1,13) \quad (\text{O } 2008)$$

5. Odredi sva rješenja jednažbe  $x^4 - x^3 - 10x^2 + 2x + 4 = 0$

$$(\text{RJ: } x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}, x_{3,4} = -1 \pm \sqrt{3}) \quad (\text{O } 2004)$$

6. U pravokutan trokut s hipotenuzom duljine  $c = 35$  upisan je kvadrat sa stranicom duljine  $d = 12$ . Odredi duljine kateta tog trokuta. (RJ:21,28) (O 2003)

7. Promatrajmo skup polinoma drugog stupnja oblika

$$f_m(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1 \text{ gdje je } m \text{ realni parametar.}$$

- Koji skup tvore tjemena svih parabola  $f_m(x)$ ?
- Koja od parabola  $y = f_m(x)$  ima tjeme na osi apscisa, a koja na osi ordinata?
- Za koje  $m$  polinom  $f_m(x)$  ima pozitivne vrijednosti za sve realne brojeve  $x$  (RJ:  $m < -\frac{5}{4}$ ) (O 2006)