

REPETITORIJ ZADATAKA – 4. razred – 2. polugodište – R_4_k



Nizovi i redovi

1. Odredi sumu prvih 10 članova aritmetičkog niza ako je $a_3 + a_5 = 30$ i $a_3 \cdot a_5 = 209$.
2. Odredi n i a_n geometrijskog niza ako je zadano: $q = 2$, $a_1 = 8$, $S_n = 4088$.
3. Odredi x tako da brojevi $x + 5$, $25 - x$, $30 + 2x$ budu uzastopni članovi geometrijskog niza.
4. Tri broja čine aritmetički niz sa sumom 21. Ako im redom dodamo 2, 3, 9 dobijemo geometrijski niz. Koji su to brojevi?
5. Izračunaj:

a. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{2n+3} \right)^{-n+3} =$

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n^2 - 4n + 3} \right)$

6. Odredi x ako je $1 + \frac{2}{3}x + \frac{4}{9}x^2 + \dots = \frac{2}{x}$
7. Suma prvog i petog člana aritmetičkog niza je 24, a produkt drugog i trećeg člana je 60. Odredi sumu prvih 15 članova aritmetičkog niza.
8. Nađi rastući geometrijski niz, kojem je drugi član pozitivan, ako je zbroj prva tri člana 7, a produkt prvog i trećeg člana 4.
9. Tri broja, čiji je zbroj 6, čine aritmetički niz. Ako se posljednji uveća za vrijednost prvoga, dobije se geometrijski niz. Koji su to brojevi?
10. Izračunaj sljedeće limese:

a. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(1-3n)}{1+2n^2} =$

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^{2n} =$

11. Izračunaj: $1 + \frac{4}{5} + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{16}{25} \dots =$
12. Riješi jednađbu $3^{x+x^2+x^3+\dots} = 3 \cdot \sqrt[3]{9}$
13. Loptica pada s visine h i odbije se na $2/3$ visine, ponovno pada i odbija se... Odredi visinu h ako je ukupno prešla 75 m prije nego se zaustavila.

REPETITORIJ ZADATAKA – 4. razred – 2. polugodište – R_4_k

Funkcije

1. Odredi područje definicije funkcije $f(x) = \sqrt{1 + \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x)}$
2. Ako je $f(x+2) = \frac{x-3}{x+1}$ riješi nejednadžbu $f(x-1) \geq 0$.
3. Odredi inverznu funkciju funkcije:
 - a. $f(x) = 2 \log_3(x+1) + 3$
 - b. $f(x) = -0.5 \log_{\frac{1}{2}}(x-1) + 3$
4. Riješi nejednadžbu $(f \circ g)(x) > 0$ ako je $g(x) = 2^x$ i $f(x) = x^2 - 4x + 3$
5. Izračunaj:
 - a. $\lim_{n \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{-3x^2 + 24x - 45}$
 - b. $\lim_{n \rightarrow 0} (x^2 + 1)^{\frac{3x}{2-x^3}}$
6. Odredi temeljni period funkcije $f(x) = \sin\left(\frac{3}{2}x + 2\right) + 2 \operatorname{ctg}(2x + 1)$
7. Ako je $f\left(\frac{2x-1}{3}\right) = x + 1$, koliko je $f(4)$?
8. Odredi temeljni period funkcije: $f(x) = 3 \operatorname{tg}(2x + 1) - \cos\left(\frac{2}{3}x + 2\right)$.
9. Odredi vrijednost limesa:
 - a. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4+x+x^2} - 2}{x+1} =$
 - b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x - 3 \operatorname{tg} x}{5 \sin x} =$
10. Riješi jednadžbu $(f \circ g)(x) - (g \circ f)(x) = 2$ ako su $f(x) = x^2 + 1$ i $g(x) = 5x - 2$.
11. Riješi nejednadžbu $(f \circ g)(x) \leq (g \circ f)(x)$ ako su $f(x) = \log_{0.5} \frac{x}{4}$ i $g(x) = 2^{x-1}$
12. Odredi područje definicije funkcija:
 - a. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-9x^2}}$
 - b. $h(x) = \log_{x^2-1}(4-x^2)$
13. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$.
 - a. Opiši tok funkcije.
 - b. Odredi intervale monotonosti i ograničenost funkcije (m, M).
 - c. Nacrtaј funkciju.

REPETITORIJ ZADATAKA – 4. razred – 2. polugodište – R_4_k

Derivacije

1. Deriviraj funkcije:

a. $f(x) = \sin^5 x \cdot (1 - \cos^2 x)$

b. $f(x) = \ln \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}$

2. Odredi jednadžbu tangente položene na krivulju $y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x + 4}}$ u njezinoj točki $T(0, y)$

3. Odredi intervale monotonosti funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{4 - x}$ (tablica).

4. Odredi ekstreme funkcije $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

5. Odredi točku infleksije, te intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije $f(x) = \ln x + 2x^2$ (tablica).

6. Odredi asimptote funkcije $f(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 8x + 12}$

7. Deriviraj funkcije:

a. $f(x) = (2 - x + x^2)(x^2 - 3x)$

c. $f(x) = \ln \frac{1}{\cos 2x}$

b. $f(x) = \frac{1 - \sin 2x}{1 + \sin 2x}$

d. $f(x) = x^2 e^{2x}$

8. Odredi jednadžbu tangente krivulje $f(x) = \sqrt[3]{2 - x^2}$ povučene u točki s apscisom 1.

9. Pod kojim se kutom sijeku tangente povučene u nultočkama funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$?

10. Riješi nejednadžbu $f'(x) \geq g'(x)$ ako je $f(x) = 2 \ln 2x - \sqrt{2}$ i $g(x) = -2x + e^3$

11. Odredi intervale monotonosti funkcije $f(x) = 2x^4 - 16x^2 + 35$ (tablica).

12. Odredi ekstreme funkcije $f(x) = x \ln^2 x$.

13. Odredi točku infleksije, te intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije

$$f(x) = x^3 + 12x - 6x^2 - 10 \text{ (tablica).}$$

14. Odredi asimptote funkcije $f(x) = \frac{4x - x^2}{x^2 - 4x + 3}$.