

3r - PRIPREMA ZA NATJECANJE IZ MATEMATIKE (6)

Prisjetimo se:

1. Odredi nepoznate koeficijente A i B u rastavu $\frac{2x-1}{x^2+5x+6} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3}$.
2. Kut između dvije susjedne pobočna brida pravilne šesterostrane piramide jednak je kutu između pobočnog brida i baze. Odredi taj kut. (O 2004.)
3. Odredi sve kompleksne brojeve $z = x + yi$ za koje vrijedi $\left| \frac{z-12}{z-8i} \right| = \frac{5}{3}$ i $\left| \frac{z-4}{z-8} \right| = 1$. (O 2006.)
4. Dana je funkcija $f: Z \rightarrow Q$ za koju vrijedi $f(x+1) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, $\forall x \in Z$. Ako je $f(1) = 2$, odredite $f(2004)$ i $f(2009)$. (O 2004.)
5. Dokaži da je $\sqrt[3]{1-27 \cdot \sqrt[3]{26} + 9 \cdot \sqrt[3]{26}^2} + \sqrt[3]{26}$ cijeli broj. Odredi ga. (O 2004.)

Zadaci s natjecanja:

6. Ako su α, β, γ kutovi trokuta s duljinama stranica a, b, i c, dokažite nejednakost $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ac} + \frac{c^2}{ab} \geq 4 \left(\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\beta}{2} + \sin^2 \frac{\gamma}{2} \right)$ (O 2006.)
7. Veličina šiljastog kuta romba je α . Pod kojim kutom se vidi stranica romba iz polovišta nasuprotne stranice? Za koji je romb taj kut najveći? (Ž 2008.)
8. Oko kugle polumjera r opisan je stožac polumjera baze R. Koliki je obujam stošca? (O 2008.)
9. U uspravni stožac čija je osnovka krug polumjera 15 cm upisana je kugla polumjera 10 cm. Odredi polumjer kružnice duž koje se stožac i kugla dodiruju. (O 2006.)

