

## 3r - PRIPREMA ZA NATJECANJE IZ MATEMATIKE (3)

Za zagrijavanje:

1. Koliko je  $a^3 + \frac{1}{a^3}$  ako je  $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$
2. Ako je  $3a - b + 2c + 5d = 11$  i  $a + 5b + 2c - d = 9$ , koliko je  $a + b + c + d$ ?
3. Korištenjem identiteta  $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$  odredi  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$ .
4. Kvadrat nekog broja za 39 je veći od razlike trostrukog kvadrata njegovog prethodnika i dvostrukog kvadrata njegova sljedbenika.



Da ne zaboravimo:

5. Odredi sumu:  $\frac{2}{2 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 8} + \dots + \frac{2}{2003 \cdot 2006} + \frac{2}{2006 \cdot 2009} =$
6. Ako za sve realne brojeve  $a, b, c$  vrijedi  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$ , dokažite da vrijedi  $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = 0$ .
7. U pravokutnom trokutu zbroj kvadrata duljina svih triju stranica iznosi 1682, a opseg trokuta je 70. Izračunajte duljine stranica trokuta.
8. Za koje vrijednosti realnog parametra  $a$  funkcija  $f(x) = a^2 x^2 + 2(a+3)x + 1$  ima dvije različite realne nultočke? Za najmanju cjelobrojnu vrijednost takvog parametra  $a$  izračunajte  $x_1^{-3} - x_1^{-2} + x_2^{-3} - x_2^{-2}$  gdje su  $x_1$  i  $x_2$  nultočke funkcije  $f$ .

Nešto za razmišljanje:

9. Ako je  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ , dokaži da je:
  - a.  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma$ .
  - b.  $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}$ .