

3r - PRIPREMA ZA NATJECANJE IZ MATEMATIKE (2)

Za zagrijavanje:

1. Riješi logaritamsku jednadžbu: $\log_2(4^x + 16) - \frac{2}{\log_5 4} = x + 1$.
2. Riješi eksponencijalnu nejednadžbu: $x^{1+\log_a x} > a^2 x$.



Evo zadatka sa natjecanja:

3. Odredi sve $x, y \in \mathfrak{R}$ za koje vrijedi $7(\log_y x + \log_x y) = 50$ i $xy = 256$.
4. Za duljine kateta a, b pravokutnog trokuta vrijedi $\log \frac{b-a}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. Odredi šiljaste kutove trokuta.
5. Dokaži da je trokut pravokutan ako vrijedi $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$.

Nešto za razmišljanje:

U zadacima 5. i 6. trigonometrijske nejednadžbe rješavaj grafički, odnosno prikazivanjem rješenja na trigonometrijskoj kružnici

6. Riješi nejednadžbu: $4^{\lg^2 x} + 2^{\frac{1}{\cos^2 x}} - 80 > 0$. (**uputa:** izrazi $\lg^2 x$ preko $\cos^2 x$).
7. Odredi $a \in \mathbb{R}$, tako da funkcija $f(x) = \left(\sin \alpha + \frac{1}{2}\right)x^2 - (2 \sin \alpha - 3)x + 1$ bude pozitivna na cijelom području definicije.