



NIZOVI – zadaci za rad u paru – RM 8

1. Izračunajte x tako da su $2x - 1, 3x + 2, 6x + 1$ prva tri člana aritmetičkog niza. Izračunaj peti član niza i sumu prvih 15 članova niza.
2. U aritmetičkom nizu je peti član je 12, a deveti član je 4. Izračunaj diferenciju, prvi član i sumu prvih 9 članova niza.
3. Dan je aritmetički niz s diferencijom -3 . Peti član toga niza jednak je sedmini prvoga člana. Izračunaj šesti član toga niza.
4. Prva tri člana niza su $x, x + 4, 9x$.
 - a. Za koji negativan x je niz geometrijski? Zapiši prva tri člana niza.
 - b. Izračunaj sumu prvih 100 članova geometrijskog niza ako je $x = 2$.
 - c. Koji član niza $2, 6, 18, \dots$ ima vrijednost 354294?
5. Prva dva člana niza su 3 i 6.
 - a. Odredi naredna dva člana tako da niz bude aritmetički. Koji član toga niza ima vrijednost 105? Izračunaj sumu prvih 50 članova toga niza.
 - b. Odredi naredna dva člana tako da niz bude geometrijski. Koji član toga niza ima vrijednost 24576? Izračunaj sumu prvih 20 članova toga niza.
 - c. Brojevi 3 i 6 su prva dva člana beskonačnog niza koji je zadan općim članom $a_n = 3n, n \in \mathbb{N}$. Niz je rastući ili padajući? Niz je omeđen ili neomeđen? Pojasnite odgovore.
6. Izrazi oblika $a = 2^x, b = 2^{3x-1}, c = 2^{2x+4}$ su tri člana niza.
 - a. Za vrijednost $x = 1$, a i b su prva dva člana aritmetičkog niza. Koju vrijednost ima član c i koji je po redu?
 - b. Za koju vrijednost x su a, b i c prva tri člana geometrijskog niza?
 - c. Računski provjeri da vrijedi $ac = 32b$



4r – zadaci za vježbu – nizovi i limes niza – RM 9

1. Napiši opći član i nađi prva tri člana aritmetičkog niza kojem je drugi član jednak 2, a umnožak prvog i šestog člana jednak 6.
2. Odredi sedmi član aritmetičkog niza ako je razlika trećeg i jedanaestog člana jednaka 12, a zbroj četvrtog i desetog jednak 24.
3. Odredi deveti član aritmetičkog niza ako je prvi član jednak -6, a peti član jednak 6.
4. Suma prvog i petog člana aritmetičkog niza je 24, a produkt drugog i trećeg člana je 60. Odredi niz te sumu 16 članova niza.
5. Odredi sumu onih četveroznamenkastih brojeva koji djeljivi sa 3 daju ostatak 2.
6. Ako je u aritmetičkom nizu sedmi član -5, a 32. član 70, pronajdi jedanaesti član niza te sumu prvih 100 članova niza.
7. Nađi diferenciju i prvi član niza u kojem je $a_3^2 + a_7^2 = 122, a_1 + a_7 = 4$.
8. Nađi prvi član, diferenciju i sumu prvih 25 članova niza u kojem je $a_{13} = 49$, a $a_{19} = 13$.
9. Zbroj prvih n članova aritmetičkog niza iznosi 750. Ako je prvi član niza 64, a razlika niza -2, koliki je n?
10. Nađi diferenciju i broj članova niza u kojem je prvi član niza -4, n-ti član niza je 66, a suma prvih n članova niza je 1116.
11. Brojevi 1,x,y uzastopni su članovi aritmetičkog niza. Odredi x i y ako je $x^2 - 2 = 2y$.
12. U geometrijskom nizu je prvi član jednak -5, a četvrti član je -40. Odredi geometrijski niz i sumu prvih pet članova niza.
13. Odredi geometrijski niz ako je $a_1 - a_2 = 35, a_3 - a_4 = 560$.
14. Ako je s a_n zapisan opći član geometrijskog niza, odredi a_6 , ako je $a_2 = \frac{2}{3}, a_4 = \frac{8}{27}$.
15. Tri broja, od kojih je srednji 5, čine aritmetički niz. ako prvom dodamo jedan, a drugom i trećem oduzmemo jedan, dobit ćemo geometrijski niz. Odredi te brojeve.
16. Nađi geometrijski niz ako je zbroj prva tri člana 7, a produkt prvog i trećeg člana 4. Drugi član traženog niza je pozitivan realni broj.
17. Izračunaj: a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)(1-5n)}{n^3 - 2n + 3}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{5n-2} - \sqrt{5n})$ c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2}}{\sqrt{1+n} + \sqrt{n+3}}$





4r - Nizovi realnih brojeva – zadaci za vježbu – RM 10

1. Cijena nekog automobila je 85000 kn. Godišnje gubi na vrijednosti 15%. Odredi vrijednost automobila nakon 5 godina.
2. Roditelji nude matematičaru Marku mogućnost za zaradu: Za obavljanje kućnih poslova platit će mu 5 kn prvi tjedan, a svakog sljedećeg tjedna u kojem savjesno obavlja svoje poslove dobit će dvostruki iznos od onog prethodnog tjedna. Nakon n tjedana savjesnog posla isplatit će mu ukupnu svotu od 163835 kn. Odredi n .
3. Tri broja, od kojih je srednji 5, čine aritmetički niz. Ako prvom dodamo jedan, a drugom i trećem oduzmemo jedan, dobit ćemo geometrijski niz. Odredi te brojeve.
4. Rješenja jednadžbe $\frac{1}{2+\log x} + \frac{2}{4-\log x} = 1$ prvi su i četvrti član padajućeg aritmetičkog niza. Odredi zbroj prvih 10 članova niza.
5. Rješenja jednadžbe $0.4^{\log^2 x+1} = 6.25^{2-\log x^3}$ drugi su i šesti član rastućeg geometrijskog niza. Izračunaj zbroj prvih 5 članova niza.
6. Riješi jednadžbu: $(x+3)+(x+6)+(x+9)+\dots+(x+33)=220$.
7. Odredi $x \in \mathfrak{R}$ tako da su brojevi:
 - a. $\log 2, \log 2x, \log 2(2x+3)$ uzastopni članovi aritmetičkog niza.
 - b. $\frac{1}{2} \sin x, \sin x, 4 \sin x + 1$ uzastopni članovi geometrijskog niza.
8. Filip uči napamet tekst za predstavu. Prvi dan je naučio 4 rečenice, a svaki dan uči četiri rečenice više. Koliko će rečenica naučiti četvrti dan? Ako tekst ima 60 rečenica, za koliko će dana Filip naučiti cijeli tekst?



Priprema za ispit znanja – Nizovi i redovi – RM 11

1. Zbroj prvog i trećeg člana geometrijskog niza iznosi 120, a zbroj drugog i četvrtog člana 360. Odredi sumu prvih sedam članova geometrijskog niza.

Rješenja: $q = 3$, niz glasi 12, 36, ..., suma prvih 7 članova niza $S_7 = 13116$

2. Zadana su tri broja $\sqrt{x-1}, \sqrt{5x-1}, \sqrt{12x+1}$. Odredi x tako da zadani brojevi budu uzastopni članovi aritmetičkog niza.

Rješenja: $x_1 = 10$, niz glasi 3, 7, 11, ..., $x_2 = 2$, niz glasi 1, 3, 5, ...

3. Tri broja čine aritmetički niz i njihova suma je 21. Ako drugom oduzmemo 1, a trećem toliko dodamo, dobit ćemo geometrijski niz. Koji su to brojevi. Koliki je kvocijent nastalog geometrijskog niza?

Rješenja: $c^2 - 13c + 22 = 0 \Rightarrow c_1 = 11, c_2 = 2 \Rightarrow a_1 = 3, a_2 = 12$, aritmetički nizovi su

3, 7, 11, ... i 12, 7, 2, ..., a geometrijski 3, 6, 12, ... ($q = 2$) i 12, 6, 3, ... ($q = 0.5$)

4. Odredi sumu članova beskonačnog geometrijskog reda: $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}, 1, \frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}, \dots$

Rješenja: $q = 2 - \sqrt{3} < 1 \Rightarrow S = \frac{5+3\sqrt{3}}{2}$

5. Zadan je kvadrat stranice a . Njegova stranica je dijagonala drugog kvadrata, a stranica drugog kvadrata je dijagonala trećega... Izračunaj sumu površina svih kvadrata.

Rješenja: prvi kvadrat ima stranicu a , a drugi $a_1\sqrt{2} = a \Rightarrow a_1 = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suma svih površina kvadrata je $S_{KV} = a^2 + a_1^2 + \dots = a^2 \left(1 + \frac{1}{2} + \dots \right) = 2a^2$.

6. Odredi sljedeće limese:

a. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n-1)! + (3n)!}{(3n+1)!} = \dots = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{3n(3n+1)} = 0$

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n^2 - 4n + 3} \right) = \dots = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-3}{n + \sqrt{n^2 - 4n + 3}} = \dots = 2$